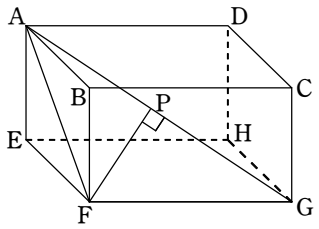
1 右の図のように，底面が 1 辺 8 cm の正方形で，高さが 4 cm の直方体があります。この直方体の対角線 AG 上に FP⊥AG となる点 P をとるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　△AFG の面積を求めなさい。

(2)　線分 AG の長さを求めなさい。

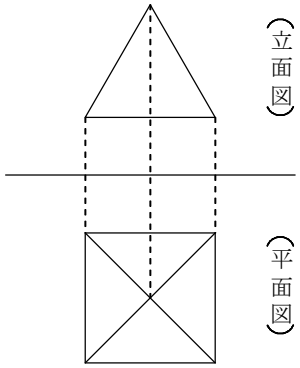
(3)　線分 FP の長さを求めなさい。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

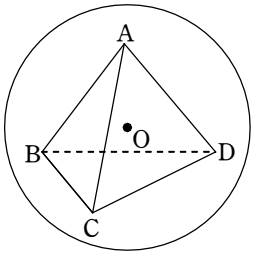
2 右の図は，ある正四角錐の投影図です。立面図は1辺の長さが 4 cm の正三角形です。
次の (1)，(2) の問いに答えなさい。

(1)　この正四角錐の表面積を求めなさい。

(2)　この正四角錐の体積を求めなさい。



3 1 辺 12 cm の正四面体 ABCD と球 O があり，4 つの頂点 A，B，C，D はそれぞれ球面上にあります。正四面体 ABCD の体積と球 O の半径をそれぞれ求めなさい。

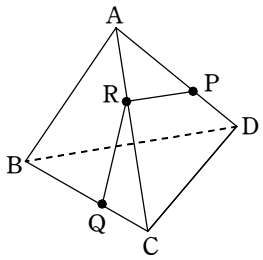


4 図のように，1 辺の長さが 10 の正四面体 ABCD がある。辺 AD，BC 上に，それぞれ点 P，Q を AP : PD = BQ : QC = 3 : 2 となるようにとる。また，AC 上に PR と RQ の長さの和が最小となるように点 R をとる。このとき，次の問いに答えよ。

(1) PR，QR の長さをそれぞれ求めよ。

(2) △RQD の面積を求めよ。

(3) 四面体 R−QCD の体積を求めよ。

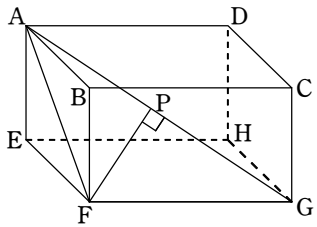


1 右の図のように，底面が 1 辺 8 cm の正方形で，高さが 4 cm の直方体があります。この直方体の対角線 AG 上に FP⊥AG となる点 P をとるとき，次の問いに答えなさい。

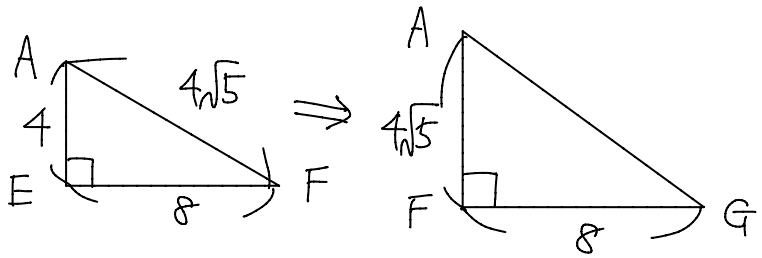
(1) △AFG の面積を求めなさい。

(2) 線分 AG の長さを求めなさい。

(3) 線分 FP の長さを求めなさい。



(1)



△AEF で

$AF^2 = AE^2 + EF^2$

$= 16 + 64$

$= 80$

$AF = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\triangle AFG = FG \times AF \times \frac{1}{2}$

$= 8 \times 4\sqrt{5} \times \frac{1}{2}$

$= 16\sqrt{5}$ cm²

(2) (1) より

$AG^2 = AF^2 + FG^2$

$= (4\sqrt{5})^2 + 8^2$

$= 80 + 64 = 144$

$AG = 12$ cm

(3) $\triangle AFG = AG \times FP \times \frac{1}{2}$ で求められる。

$16\sqrt{5} = 12 \times FP \times \frac{1}{2}$

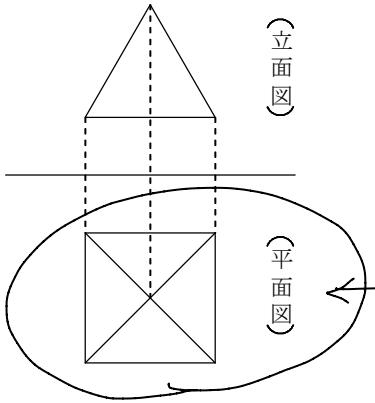
$FP = \frac{8\sqrt{5}}{3}$ cm

(　　)組(　　)番　名前(　　)

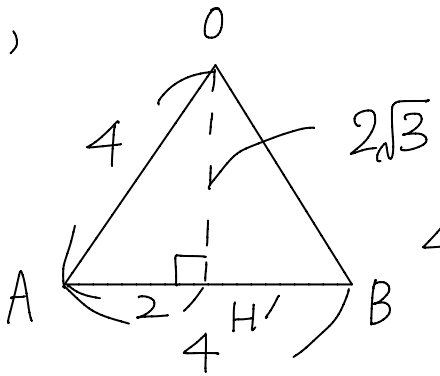
2 右の図は，ある正四角錐の投影図です。立面図は1辺の長さが4 cm の正三角形です。
次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) この正四角錐の表面積を求めなさい。

(2) この正四角錐の体積を求めなさい。



(1)



$\triangle OAB = AB \times OH \times \frac{1}{2}$

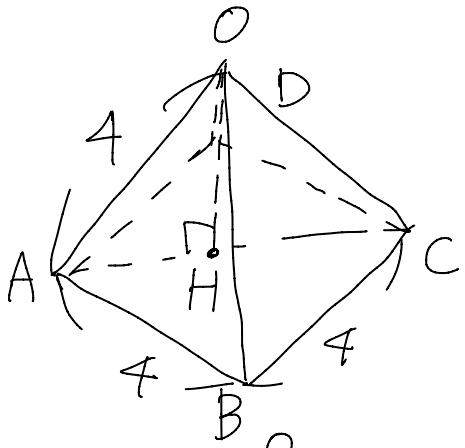
$= 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$

$= 4\sqrt{3}$ cm^2

表面積 $= \triangle OAB \times 4 = 16\sqrt{3}$ cm^2

(2) 頂点Oから底面に垂線をおろすと、この立体の高さになる。

平面図は真上から見た図なので対角線の交点に高さが生まれる。

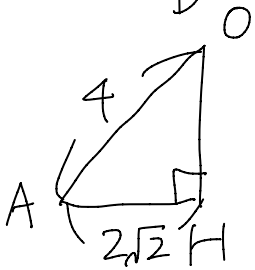


体積 $= \square ABCD \times OH \times \frac{1}{3}$

$AC = 4\sqrt{2}$

$AH = 4\sqrt{2} \div 2$

$= 2\sqrt{2}$



$OH^2 + (2\sqrt{2})^2 = 4^2$

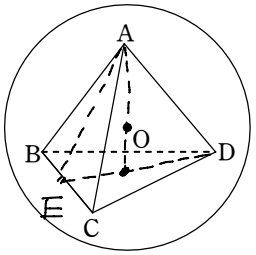
$OH^2 = 16 - 8$

$= 8$

$OH = 2\sqrt{2}$

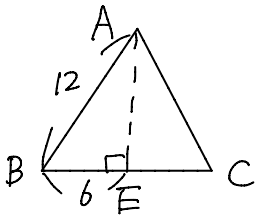
よって $4 \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm^3

3 1辺 12 cm の正四面体 ABCD と球 O があり，4 つの頂点 A，B，C，D はそれぞれ球面上にあります。正四面体 ABCD の体積と球 O の半径をそれぞれ求めなさい。



BCの中点をE，AOの延長と面BCDの交点をHとする。

AHは正四角体の高さであり，点HはDE上にある。　DEは正三角形DBCの高さなので



$DE = AE = 6\sqrt{3}$ cm

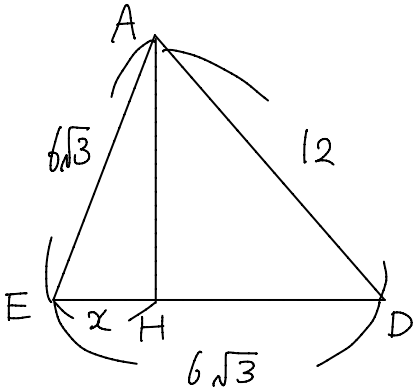
$EH = x$ とすると，△AED で

$(6\sqrt{3})^2 - x^2 = 12^2 - (6\sqrt{3} - x)^2$

$108 - x^2 = 144 - 108 + 12\sqrt{3} - x^2$

$12\sqrt{3}x = 72$

$x = 2\sqrt{3}$



よって $AH^2 = 108 - 12$

$= 96$

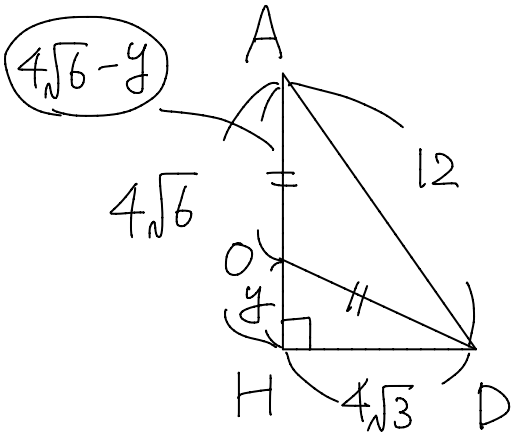
$AH = 4\sqrt{6}$ cm

体積 $= \triangle BCD \times AH \times \frac{1}{3}$

$= (BC \times ED \times \frac{1}{2}) \times AH \times \frac{1}{3}$

$= (12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2}) \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{3}$

$= 144\sqrt{2}$ cm^3



球の半径はOA。

OA = OD で等式を立てる。

$(4\sqrt{6} - y)^2 = y^2 + (4\sqrt{3})^2$

$96 - 8\sqrt{6}y + y^2 = y^2 + 48$

$8\sqrt{6}y = 48$

$y = \sqrt{6}$

$4\sqrt{6} - \sqrt{6}$

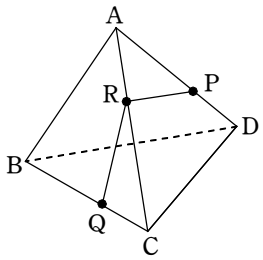
$= 3\sqrt{6}$

4 図のように，1 辺の長さが 10 の正四面体 ABCD がある。辺 AD，BC 上に，それぞれ点 P，Q を AP : PD＝BQ : QC＝3 : 2 となるようにとる。また，AC 上に PR と RQ の長さの和が最小となるように点 R をとる。このとき，次の問いに答えよ。

(1) PR，QR の長さをそれぞれ求めよ。

(2) △RQD の面積を求めよ。

(3) 四面体 R－QCD の体積を求めよ。



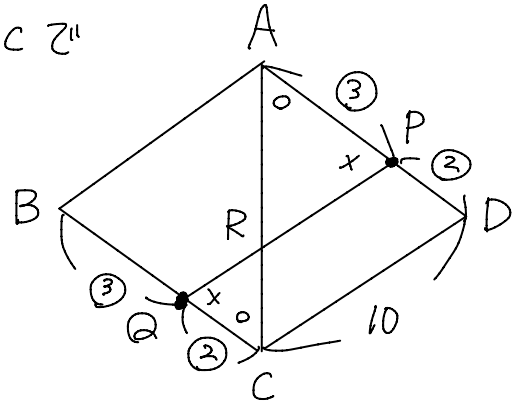
(1) △PRA ∽ △QRC で

AP : CQ = 3 : 2

= PR : QR

$PR = 10 \times \frac{3}{5} = 6$

$QR = 10 \times \frac{2}{5} = 4$ //



(2) △BCD で DからBC へ垂線DLをひくと，

$DL = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = 5\sqrt{3}$

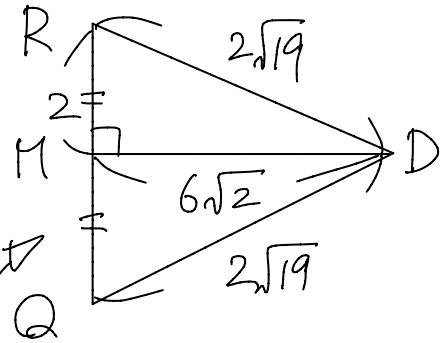
$QL = BQ - \frac{BC}{2} = 10 \times \frac{3}{5} - 5 = 1$

△DLQ で，$DQ^2 = (5\sqrt{3})^2 + 1^2 = 76$

$DQ = 2\sqrt{19}$

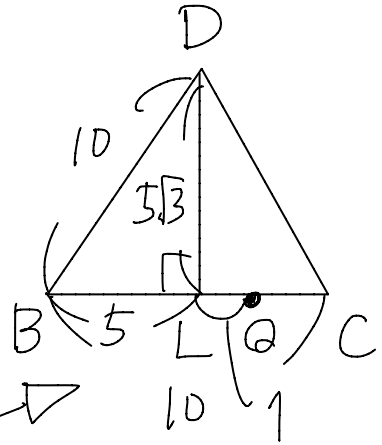
AR : RC = BQ : QC なので DR = DQ

QRの中点をMとすると



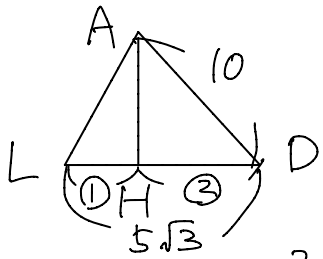
△DRM で $DM^2 + 2^2 = 76$ $DM = 6\sqrt{2}$

$\triangle RQD = 4 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{2}$ //



(3) AからBCDにおろした垂線をAHとすると，Hは△BCDの重心。

$DH = \frac{2}{3} DL = \frac{10\sqrt{3}}{3}$



△ADH で $AH^2 + DH^2 = AD^2$

$AH = \frac{10\sqrt{6}}{3}$

よって R－QCD の高さは $\frac{2}{5} AH = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

$\triangle QCD = CQ \times DL \times \frac{1}{2}$

$= 4 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{3}$

体積 $= 10\sqrt{3} \times \frac{4\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{40\sqrt{2}}{3}$ //